



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
16 martie 2019

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a XII-a

Problema 1.

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calculați: $A^3 - A^2 + A$.

b) Calculați: $I_3 + A - A^2 + A^3 + A^4 - A^5 + A^6 + \dots + A^{2017} - A^{2018} + A^{2019}$.

Problema 2.

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ și mulțimea matricelor pătratice de ordinul 2 cu elemente numere reale $M(A) = \{X \mid XA = AX\}$.

a) Demonstrați că dacă $X \in M(A)$, atunci există numerele reale x și y astfel încât $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & x \end{pmatrix}$.

b) Rezolvați ecuația $X + X^2 = A$ în mulțimea matricelor pătratice de ordinul 2 cu elemente numere reale.

Problema 3.

Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$, unde x, y sunt numere reale.

a) Demonstrați că $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$, pentru orice numere reale x, y .

b) Determinați numerele reale x pentru care $D(2^x, 4^x) = 0$.

Problema 4.

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Andrei obține noi matrice schimbând semnele tuturor elementelor dintr-o

linie sau coloană din matricea A și apoi urmând același procedeu cu matricele obținute.

a) Calculați determinantul matricei A .

b) Scrieți un șir de transformări p în care plecând de la matricea A , Andrei obține o matrice cu prima linie cu toate elementele egale cu -1.

c) Poate obține Andrei o matrice în care două linii au toate elementele egale cu 1?